Antici Sergiu

9.2.13.1

**Problema 9.2.13**.**1** Utilizând metoda tabelelor semantice (construind arborele binar), demonstraţi:

distributivitatea cuantificatorului „ ∃ ” faţă de „ ∨ ”:

|− (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) ↔ (∃x) P(x) ∨ (∃x)Q(x)

U= (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) ↔ (∃x) P(x) ∨ (∃x)Q(x)

¬U= ¬((∃x)( P(x) ∨ Q(x)) ↔ (∃x) P(x) ∨ (∃x)Q(x))

## ¬U= ¬( ((∃x)( P(x) ∨ Q(x) ) → (∃x) P(x) ∨(∃x)Q(x) ) ∧ ( (∃x) P(x) ∨ (∃x) Q(x) → (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) ) )(1) ✔

β (1)

¬ ( (∃x) P(x) ∨(∃x) Q(x) → (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) )(3) ✔

¬ ((∃x)( P(x) ∨ Q(x) ) → (∃x) P(x) ∨(∃x)Q(x) ) (2) ✔

α (3)

α (2)

(∃x) P(x) ∨(∃x) Q(x)(6)

(∃x) ( P(x) ∨ Q(x) ) (4)

β (7)

¬( (∃x) P(x) ∨(∃x)Q(x) )(5) ✔ (5)

¬ (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) (7) ✔

(∃x) Q(x)(11)

α (5)

(∃x) P(x)(10)

δ (11) c - constantă nouă

δ (10) b - constantă nouă

¬ (∃x) P(x)(8)

Q(c)

P(b)

γ (7), c-constantă existentă

¬ (P(c) ∨ Q(c) )(13)

γ (7), b-constantă existentă

¬ (∃x) Q (x)(9)

¬ (P(b) ∨ Q(b))(12)

δ (4) a - constantă nouă

P(a) ∨ Q(a) (10) ✔

¬ (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) (7’’)

¬ (∃x)( P(x) ∨ Q(x)) (7’)

α (13)

α (12)

γ (8), a -constanta existenta

¬P(b)

¬P(c)

¬ P(a)

¬ Q(b)

¬Q(c)

⦻

⦻

¬ (∃x) P(x)(8’)

γ (9), a -constanta existenta

¬ Q(a)

¬ (∃x) Q (x)(9’)

β (10)

P(a)

Q(a)

⦻

⦻

T.C.C

= > Tabela semantica este închisă pentru ¬U = > U este tautologie = > distributivitatea cuantificatorului „ ∃ ” faţă de „ ∨ ”: